

# বাইনারী গণনা

গনিতজ্ঞ ম্যাথ্রাস অত্যন্ত দৃঢ়জ্ঞতার সাথে মরণ করেন ভারতীয় বৈদিক যুগের পণ্ডিতগণের। কেননা এরাই প্রথম গণিতে ব্যবহৃত সবগুলো সংখ্যাকে ০, ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ৭, ৮ এবং ৯ এই দশটি প্রতীক দিয়ে সুস্বাক্ষরিত প্রকাশের পন্থা উদ্ভাবন করেছিলেন। মানুষের সবচেয়ে সহজে ব্যবহারযোগ্য প্রকৃতিকতম শক্তিশালী অংশ হাতে রয়েছে দশটি আঙুল। আর সম্ভবতঃ সে কারণেই দশভিত্তিক এই গণনা পদ্ধতিকে মানুষ দ্রুত রত করে নিয়েছিলো। মানুষের অভিজ্ঞতার এবং প্রয়োজনের সীমানা বাড়লো, উদ্ভাবিত হলো সংখ্যা প্রকাশের আরো বহু কার্যনা। এক পর্যায়ে কমপিউটারে অন্যান্যে ব্যবহার করা যায় এমন একটি গণনা পদ্ধতি বুঝে বের করা হলো। অত্যন্ত স্বাভাবিক মোক্ষম কার্যকর এই পন্থাটিই বাইনারী অর্থাৎ দুই ভিত্তিক পদ্ধতি।

আমরা জানি, কমপিউটার একটি বৈদ্যুতিক যন্ত্র। বিদ্যুতের জটিল বর্তনীর কোনো এক নিশ্চিত নীড়িতে একটি স্থাপ্যপারে আমরা খুব সহজে সিদ্ধান্ত নিতে পারি তাহলো ঐ বিদ্যুত বিদ্যুতের চাপ সেকেন্ডে 'আছে' কি 'নাই'। যদি থাকে তাহলে বলবো '১' আর না থাকলে বলবো '০'। তেমনি একটি সুইচ খোলা থাকলে বলতে পারি '০'। আর বন্ধ থাকলে বলবো '১'। কমপিউটারের দৃষ্টি বলতে থাকে যুক্তি আসলে গণনা সবই এক কথায় লক্ষ লক্ষ সুইচেরই সমাবেশ। এক-একটি সুইচ বা দৃষ্টিকণ এক মুহুর্তে কেবল একটি মাত্র অবস্থা বা দশায় থাকতে পারে। অন্য কথায় একটি মাত্র বিট '০' কিংবা '১' হবে রাখতে সক্ষম। কখনো কখনো গণনার কোনো একটা পন্থা পছন্দ করা যায় কিনা সেখানে সমস্ত সংখ্যাগুলো কেবল দুটো প্রতীক ০ এবং ১ দিয়েই প্রকাশ করা যাবে। হ্যাঁ বস্তুতঃ বাইনারী গণনা পদ্ধতি সে সুযোগটিই হাতের মুঠোয় এনে দিলো।

আমাদের অভিজ্ঞতা দশভিত্তিক তথা ডেসিমেল পদ্ধতির মতোই অন্যান্যে এই বাইনারী পদ্ধতিতে সংখ্যা প্রকাশ যেমন করা যায় তেমনি যোগ বিয়োগ গুন ভাগ ইত্যাদি যাবতীয় গাণিতিক হিসেব নিকেশও করা সম্ভব। দুটো পন্থাকে পাশাপাশি যোগে আনার এমন এসব আলোচনা করবো।

বাইনারীতে সংখ্যা প্রকাশ ১) ধরন, আপনি শূন্য থেকে গণনা শুরু করেছেন। নয় পন্থে প্রকাশ করলেম প্রচলিত দশভিত্তিক পন্থায় ০, ১, ২, ৩, ৪, ..., ৯, এই প্রতীকগুলো ব্যাটিকে। কিন্তু, যেই মাত্র দশ প্রকাশ করতে যাবেন অর্থাৎ ১০ থেকে আর বাড়ে ১, হলো ১০। একধর বর্ধক সরে আসায় আর এক অংক বিশিষ্ট সংখ্যা রইলো না। হয়ে গেলো দুই অংক বিশিষ্ট সংখ্যা। দশ গণিতে ব্যবহৃত ০ টির মান শূন্যই কিন্তু, ১এর মান এক রইলো না, হলো দশ।

স্থাপ্যপটীকে আমরা এভাবে বলি, ১০ গণিতে ব্যবহৃত ০ টি 'একক' অবস্থানে এবং ১টি 'দশক' অবস্থানে থাকায় তাদের মূল্যও যথাক্রমে শূন্য (= $0 \times 10^0$ ) এবং দশ (= $1 \times 10^1$ ) হয়েছে। অর্থাৎ যেকোনো প্রকাশ ব্যবহৃত এতোখানি অংকের একটি 'অবস্থানগত মূল্য' আছে। যেমন ১২৫ একটি সংখ্যা। এখানে ১ শতকের ধরন রয়েছে বলে এটির মান  $1 \times 10^2 = 100$ । ২ দশকের অবস্থানে থাকায় এটির মান  $2 \times 10^1 = 20$ । আর ৫ এককের অবস্থানে থাকায় এটিকে ধরা হয়েছে  $5 \times 10^0 = 5$ । এতে করে ১, ২ এবং ৫ এর এই সমারোহকে একত্রেই 'একশত পঁচাত্তর' বলছি। অর্থাৎ দশ ভিত্তিক পদ্ধতিতে-

$$(125)_{10} = 1 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 5 \times 10^0 = 100 + 20 + 5$$

এটি তিন অংক বিশিষ্ট একটি সংখ্যা। এখানে একবারে জানের কম মূল্যমান ৫ কে চিহ্নিত করছি "সর্বনিম্নমানের অংক" তথা LSB (Least Significant Bit) বলে। আর একবারেই বামের ১কে চিহ্নিত করা হয় "সর্বোচ্চমানের অংক" MSB (Most Significant Bit) হিসেবে। যাক, লক্ষ্য করুন, জান থেকে বাঁয়ে প্রতিটি অবস্থানের মূল্য নির্ধারণ করেছি ১০<sup>০</sup>, ১০<sup>১</sup>, ১০<sup>২</sup>, ... ইত্যাদির গণিতিক রূপে। কেনা পন্থাটি যে দশ ভিত্তিক। আরো একটি ব্যাপার নিচয় নজর এড়াবে না, এক অংকের বৃহত্তম সংখ্যা ৯। এর মানে হলো দশ ভিত্তিক গণনায় একটি মাত্র অংক বা প্রতীক দিয়ে ০ এবং ৯ সহ এর মধ্যবর্তী সংখ্যাগুলোই অর্থাৎ মোট দশটি সংখ্যাি প্রকাশ করা সম্ভব। তাহলে, দুই অংকের বৃহত্তম সংখ্যা দশ ভিত্তিক পদ্ধতিতে ১০<sup>২</sup>-১ = ৯৯। অর্থাৎ দুটো প্রতীক পাশাপাশি বসিয়ে ০০ থেকে ৯৯ পর্যন্ত মোট একশটি সংখ্যা প্রকাশ করা যায়। এভাবেই তিনটি অংক ব্যাটিকে ০০০ থেকে ৯৯৯ (= $10^3-1$ ) পর্যন্ত দেখা যাবে। সেখান ৯৯৯ এর

পরবর্তী সংখ্যাটিই চার অংক বিশিষ্ট ১০০০। অর্থাৎ ৯৯৯ এ পৌঁছে পরের সংখ্যাটি লিখতেই আপনি এক ঘর বাঁয়ে সরে এসে ১ বসালেম আর জান দিকে দিলেম তিনটি শূন্য। পেলেম ১০০০।

এবার বাইনারী গণনায় ঠিক একই নিয়ম অনুসরণ করতে হবে। এখানে ভিত্তিক দশ না ধরে দুই ধরনে। বাস, সবগুলো সংখ্যাি জটপট বেরিয়ে পড়ব।

শূন্য থেকেই শুরু করুন। শূন্য এবং এক প্রকাশ করতে বাইনারীতে ০ এবং ১ ই লিখলেম। কিন্তু, যেই মাত্র দুইকে বাইনারীতে প্রকাশ করতে যাবেন অর্থাৎ এক ঘর বাঁয়ে সরে এসে লিখলেম ১ এবং ডানে একটি ০। অর্থাৎ ১০। এইটিই তাহলে দশ না, সাবধান!) বাইনারী দুই। অর্থাৎ জানের এটির অবস্থানগত মূল্য  $0 \times 2^0 = 0$  এবং বাঁয়ের ১এর অবস্থানগত মূল্য  $1 \times 2^1 = 2$ । এর বাবে, বাইনারী (১০)<sub>২</sub> ই হলো ডেসিমেল বা দশভিত্তিক দুই এর সমতুল্য। জেসে দেখালে,

$$(10)_2 = 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = (2)_{10}$$

এরপর তিন প্রকাশ করতে লিখলেম ১১ (সাবধান! এগার নয়)। অর্থাৎ

$$(11)_2 = 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = (3)_{10}$$

ব্যাখ্য করলে দাঁড়, জানের ১টির অবস্থানগত মূল্য  $1 \times 2^1 = 2$ । কিন্তু, বাঁয়ের ১টির অবস্থান গত মূল্য  $1 \times 2^0 = 1$ । মোট তাহলে, তিন। তেমনি বাইনারীতে প্রকাশিত চারএর রূপ হবে ১০০। এখানেও সর্ববামের MSB ১ এর মান  $1 \times 2^2 = 4$  এবং পরের শূন্য দুটির মান  $0 \times 2^1 = 0$  এবং  $0 \times 2^0 = 0$ । অর্থাৎ  $4 + 0 + 0 = (4)_{10}$ । জেসে দেখালে আগের মতোই,

$$(100)_2 = 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 4 + 0 + 0 = (4)_{10}$$

লক্ষ্যনীয়, আমরা চার লিখতে ইতোমধ্যেই তিনঅংক বিশিষ্ট সংখ্যায় পৌঁছে গেছি। কেননা বাইনারীতে দুটো প্রতীক তথা অংক নিয়ে প্রকাশিত বৃহত্তম সংখ্যা ১১ এর মূল্য  $2^2 - 1 = 3$ । সে কারনেই ঠিক পরবর্তী সংখ্যা চার লিখতেই আমরা একঘর বাঁয়ে সরে ১ গিথে সামনে দুটো শূন্য বসিয়ে তিন অংকে ১০০ লিখছি। তেমনি পাঁচ লিখতে ১০১। কেননা

$$(101)_2 = 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 4 + 0 + 1 = (5)_{10}$$

এভাবেই হচ্ছে বাইনারীতে লিখবে ১১০ এবং সাতকে লিখবে ১১১। আবার এই ১১১ই হলো বাইনারীতে প্রকাশিত তিনঅংকের বৃহত্তম সংখ্যা  $2^3 - 1 = 7$ । অর্থাৎ ০ এবং ১ দুটো প্রতীক ব্যাটিকে তিনটি অংক পাশাপাশি বসিয়ে ০০০ থেকে ১১১ লিখে শূন্য থেকে সাত এই মোট  $2^3 = 8$  টি সংখ্যাি প্রকাশ করা সম্ভব। তেমনি দশ অংকের একটি অংকের বৃহত্তম সংখ্যা ১১১১১১১১ যার সমতুল্য ডেসিমেল মান হলো  $2^9 - 1 = 511$ । অর্থাৎ আটটি বাইনারী অংক দিয়ে শূন্য থেকে দুশ পঞ্চাশ পর্যন্ত মোট ২৫৬টি সংখ্যাকে প্রকাশ করা যায়। প্রতিটি অংককে একটি করে বিট ধরে এই আটটি বিটকে একসাথে কমপিউটারের পরিভাষায় 'বাইট' বলে। যাক, নিচে একটি ছকে ডেসিমেল বা দশ ভিত্তিক শূন্য থেকে বিশপর্বন্ত সংখ্যাকে বাইনারীতে প্রকাশ করে দেখানো হয়েছে।

ডেসিমেল	বাইনারী	ডেসিমেল	বাইনারী
০	০	১১	১০১১
১	১	১২	১১০০
২	১০	১৩	১১০১
৩	১১	১৪	১১১০
৪	১০০	১৫	১১১১
৫	১০১	১৬	১০০০০
৬	১১০	১৭	১০০০১
৭	১১১	১৮	১০০১০
৮	১০০০	১৯	১০০১১
৯	১০০১	২০	১০১০০
১০	১০১০		

বাইনারী থেকে ডেসিমেলের রূপান্তর প্রক্রিয়া : কথায় কথায়, আমরা ইতোমধ্যেই এ কাজটি করে ফেলেছি। তবুও একই স্ট্রিটভাবে দেখা যাক কেমন করে বাইনারীতে প্রকাশিত সংখ্যাকে দশভিত্তিক তথা ডেসিমেল রূপান্তর করা যায়। উদাহরণ হিসেবে বাইনারী ১০১,১০০১, ১১.০১১ এবং ১১১.১০১ কে দেখি ডেসিমেল পাওয়া যায় কিনা।

$$(১০১)_২ = ১ \times ২^২ + ০ \times ২^১ + ১ \times ২^০ = ৪ + ০ + ১ = (৫)_{১০}$$

$$(১০০১)_২ = ১ \times ২^৩ + ০ \times ২^২ + ০ \times ২^১ + ১ \times ২^০ = ৮ + ০ + ০ + ১ = (৯)_{১০}$$

$$(১১.০১১)_২ = ১ \times ২^১ + ১ \times ২^০ + ০ \times ২^{-১} + ১ \times ২^{-২} + ১ \times ২^{-৩}$$

$$= ২ + ১ + ০ + ১ \times \frac{১}{২} + ১ \times \frac{১}{৪} = (৩\frac{৩}{৪})_{১০}$$

$$(১১১.১০১)_২ = ১ \times ২^২ + ১ \times ২^১ + ১ \times ২^০ + ১ \times ২^{-১} + ০ \times ২^{-২} + ১ \times ২^{-৩}$$

$$= ৪ + ২ + ১ + ১ \times \frac{১}{২} + ০ + ১ \times \frac{১}{৪} = ৭ + \frac{১}{২} + \frac{১}{৪} = (৭\frac{৩}{৪})_{১০}$$

সেখন, বাইনারী ভগ্নাংশকেও ডেসিমেলের ভগ্নাংশ পেতে গেছি। দশভিত্তিক গণনায় দশমিকে প্রকাশিত সংখ্যাকে আমরাতো এ ক্যালসুলাই ভেসে থাকি। যেমন,  $০.১২০ = ১ \times ১০^{-১} + ২ \times ১০^{-২} + ০ \times ১০^{-৩}$ ।

বাইনারীতেও ত্রিক একাডামিই করলাম,

$$০.০১১ = ০ \times ২^{-১} + ১ \times ২^{-২} + ১ \times ২^{-৩}$$

ডেসিমেল থেকে বাইনারীতে রূপান্তর প্রক্রিয়া: কয়েকভাবেই কাজটি সম্পন্ন করা সম্ভব। এখানে খুব সহজ একটি পন্থা আলোচনা করছি। ইরেজীতে এটিকে double technique বলে। আর বাংলায় সাদা মটো কথায় গুন জাগ প্রক্রিয়া বলতে পারি। পথটি আমাদের সবারই চেনা। আমরা সড়ারচর কোনো সংখ্যাকে উপাদানকে বিশ্লেষণ করতে চাইলে এ পদ্ধতিই অনুসরণ করে থাকি। ধরুন, ১২৫ কে বাইনারীতে প্রকাশ করতে চাই। উপাদানকে বিশ্লেষণের মতোই অনেকটা, সংখ্যাটিকে ২ দিয়ে ভাগ করতে থাকুন, প্রতিবারই ভাগফলের সামনে একটি ডায়াল (-) চিহ্ন দিয়ে ভাগ শেষটি লিখে রাখুন। ভাগের এ ক্রমাগত প্রক্রিয়াটি বন্ধ করতে হবে তখনই ভাগফল '০' পাওয়া যাবে যখন। এভাবে পাওয়া সবশেষের ভাগশেষটিই হবে দ্বিতীয় বাইনারী সংখ্যাটির একেবারে বামের অর্থাৎ MSB অংকটি। আর নিচ থেকে উপরের নিচে উঠতে থাকলে গ্রাণ্ড অপারেশন ভাগশেষগুলোই ধারাবাহিকভাবে বাইনারী প্রকাশটির অপরাপর ডান দিকের অংকগুলো। এভাবে সর্বপ্রথম ভাগশেষটিই তাহলে কাণ্ডিত বাইনারী সংখ্যাটির সর্বসময়ের LSB অংকটি। নিচে ব্যাপারটিকে স্ট্রিট করা হলো।

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 125} \\ \underline{2 \quad 62} \quad - 1 \text{ LSB} \\ 2 \overline{) 62} \\ \underline{2 \quad 31} \quad - 0 \\ 2 \overline{) 31} \\ \underline{2 \quad 15} \quad - 1 \\ 2 \overline{) 15} \\ \underline{2 \quad 7} \quad - 1 \\ 2 \overline{) 7} \\ \underline{2 \quad 3} \quad - 1 \\ 2 \overline{) 3} \\ \underline{2 \quad 1} \quad - 1 \end{array}$$

০-১ MSB

$$\text{অর্থাৎ } (125)_{১০} = (১১১১০১)_২$$

এই ভাগ প্রক্রিয়ায় দশভিত্তিক যে কোন পূর্ণ সংখ্যাকেই আমরাসে বাইনারীতে রূপান্তরিত করা সম্ভব। এবার ডেসিমেল ভগ্নাংশকে কী কায়দায় বাইনারীতে নেবো? উত্তর খুব সোজা, গুণ করে। ভগ্নাংশটিকে ২ দিয়ে গুণ করে যান। শাণ্ড ৩০ পর্যন্ত দশমিকের ঠিক '০' কিংবা '১' যে অংকটিই আসুক সেটিই বাইনারীতে প্রকাশিত সংখ্যার দশমিকের পর ডানদিকে ছুড়ে দিতে থাকুন। প্রক্রিয়াটি চালু রাখুন গ্রাণ্ড গুণফলে দশমিকের পরপরই অজান্তে জুড়মান না আসা অবধি। উদাহরণ নিলেই ব্যাপারটা খোলাসা হবে। ধরুন,  $০.৪৩৭৫$  কে বাইনারীতে বদলে দিতে হবে। নিচের প্রক্রিয়ায় এটি করা যাবে পারে।

বাইনারী প্রকাশ

$$\begin{array}{l} 2 \times ০.৪৩৭৫ = ০.৮৭৫০ \quad ০.০ \\ 2 \times ০.৮৭৫০ = ১.৭৫০ \quad ০.০১ \\ 2 \times ০.৭৫০ = ১.৫০ \quad ০.০১১ \\ 2 \times ০.৫০ = ১.০ \quad ০.০১১১ \end{array}$$

$$\text{অর্থাৎ } (০.৪৩৭৫)_{১০} = (০.০১১১১)_২$$

বাইনারী যোগ : বাইনারী যোগের বেলায় কেবল পাঁচটি যোগফল মনে রাখলেই চলবে।

০	০	১	১	১
+ ০	+ ১	+ ০	+ ১	+ ১
০০	০১	০১	১০	১১
	CS	CS	CS	CS

যোগ (S) বা Sumbit

ভার (C) বা Carry

লক্ষ্যকরন, যোগফলে আমি দুটো অংক লিখেছি। ডানের টিকে বলেছি যোগণ বা Sum bit (S) বা এবং বামের অংকটিকে যোগণি ভার বা Carry bit (C)। এই ভার বা Carry (C) বিটই আমাদের হাতে থাকে বা নিকটতম বাঁপাশের কলামে আমরা যোগ করে থাকি। ডেসিমেল যোগে আমরা এটিই করি। নিচে উদাহরণ দিলাম।

ডেসিমেল	বাইনারী
৭	১১১
+ ৬	+ ১১০
১৩	১০০১

এখানেও ডানদিকে থেকেই শুরু করতে হবে। প্রথম কলামে  $১+০=১$ । যোগণ ১ নাম্বারে হাতে কিছু থাকে না। অর্থাৎ ভার (C) শূন্য। দ্বিতীয় কলামে  $১+১=১০$ । যোগণ (S) '০' নামে, হাতে আছে ভার (C) ১। তৃতীয় কলামে  $১+১=১০$  এর সাথে আগের বহন করা হাতের ভার ১ মিলে হলো ১১। অর্থাৎ  $১+১+১=১১$ । তাহলে, বাইনারী ১১১ এবং বাইনারী ১১০ এর যোগফল দাঁড়াচ্ছে ১০০১। আরো দুটো যোগ নিচে দেখানো হলো।

ডেসিমেল	বাইনারী	ডেসিমেল	বাইনারী
১৫	১১১১	$৩\frac{১}{৪}$	১১.০১
+ ২০	+ ১০১০০	+ $৫\frac{৩}{৪}$	+ ১০১.১১
৩৫	১০০০১১	৯	১০০১.০০

বাইনারী বিয়োগ : বেশ কয়েকভাবেই বাইনারী বিয়োগ করা সম্ভব। এখানে সবচেয়ে সহজ প্রাথমিক কায়দাটিই আলোচনা করবো। এটি যোগের ত্রিক বিপরীত প্রক্রিয়া। একেবারেও পাঁচটি বিয়োগ মনে রাখুন।

০	১	১	০	১০
- ০	- ০	- ১	- ১	- ১
০	১	০	১	এবং ধরুন Borrow ১

চতুর্থ বিয়োগটিতে দেখুন, ধার বা Borrow ১। ডেসিমেল বিয়োগেও আমরা এমন করি। বদিকের কলামটি থেকে ১ ধার করতে হয়। এই ধার শোঁধ করি এ কলামটির নিচে বিয়োগ করা হবে এমন অংকটির সাথে যোগ করে। যাহোক, উদাহরণেই বোঝা যাবে পোটা ব্যাপারটা।

ডেসিমেল	বাইনারী	ডেসিমেল	বাইনারী	ডেসিমেল	বাইনারী
৯	১০০১	১৬	১০০০০	$৬\frac{১}{৪}$	১১০.০১
- ৫	- ১০১	- ৩	- ১১	- $৪\frac{১}{৪}$	- ১০০.১
৪	১০০	১৩	১১০১	$১\frac{৩}{৪}$	১.১১

এছাড়া বাইনারী বিয়োগের আরো যে পদ্ধতি রয়েছে সেগুলোতে ফলাফল সংখ্যার বাইনারী প্রকাশ তথা কমপ্লিমেন্ট বিবেচনায় এনে তবে হিসেব নিকেশ সম্পন্ন করতে হয়। আমরা সে আলোচনায় যাবো না।

বাইনারী গুণ : খুব সহজ। চারটি গুণ জানলেই চলবে।

$$\begin{array}{l} ০ \times ০ = ০ \\ ১ \times ০ = ০ \\ ০ \times ১ = ০ \\ ১ \times ১ = ১ \end{array}$$

(যাঁকি অংশ ৬৮ নং পৃষ্ঠায়)

